

ПОНЯТТЯ ПРО ЗГИН

Згин – це один з простих видів навантаження (деформування) бруса, при якому у його поперечному перерізі діє *внутрішній згинальний момент* ($M_z \neq 0$), внаслідок чого вісь бруса викривляється.

Брус, що працює на згин, називається *балкою*.

Згин може виникати під дією зовнішніх поперечних сил (зосереджених або розподілених по довжині бруса) та моментів пар сил (рисунок 3.1).

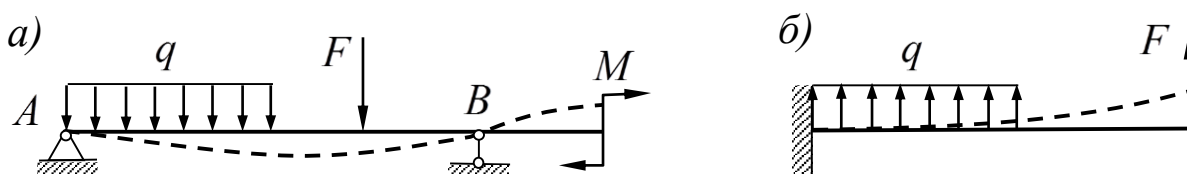


Рисунок 3.1 – Приклади розрахункових схем балок при згині

Розрізняють

- *чистий згин* ($M_z = \text{const} \neq 0, Q_y = 0$);
- *поперечний згин* ($M_z \neq 0, Q_y \neq 0$).

Якщо площина дії згинального моменту (силова площина) проходить через одну з *головних центральних осей* поперечного перерізу бруса, згин називається *плоским прямим*. При цьому викривлена вісь бруса буде плоскою кривою, яка розташована в силовій площині.

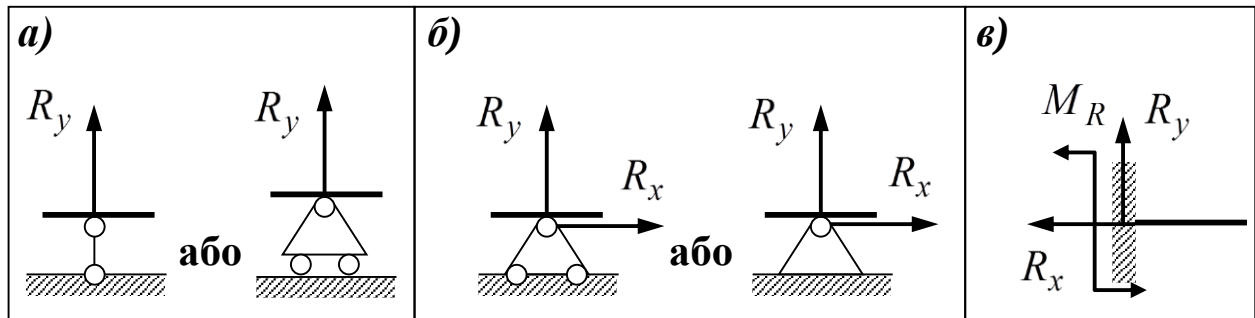
Якщо навантаження не лежать в одній силовій площині, то і викривлена вісь бруса буде просторовою кривою. У такому разі маємо *складний просторовий згин*. Таку схему навантаження можна розглядати як суперпозицію двох плоских прямих згинів, для чого усі навантаження треба розкласти на складові по головних осях інерції перерізу.

Балки мають опори. Розрізняють три типа опор:

1 *шарнірно-рухома* (рисунок 3.2 а) накладає заборону тільки на переміщення вдовж зв'язку (або перпендикулярно опорній поверхні); єдина опорна реакція діє у цьому ж напрямку; опора допускає переміщення вдовж опорної поверхні та поворот балки відносно закріпленої точки (шарніра);

2 шарнірно-нерухома (рисуюнок 3.2 б) допускає тільки поворот балки; реакція цієї опори має дві складові R_y та R_x ;

3 жорстке затиснення (рисуюнок 3.2 в) виключає можливість переміщень та повороту балки. Реакції затиснення – R_y , R_x та реактивний момент M_R .



Рисуюнок 3.2 – Типи опор балок

Статично-визначенні балки мають число невідомих реакцій, яке дорівнює числу рівнянь рівноваги. Цій умові відповідають балки з однією шарнірно-рухомою і однією шарнірно-нерухомою опорами (рисуюнок 3.1 а), а також консольні балки (рисуюнок 3.1 б).

Розрахунки на міцність та жорсткість при згині починаються з того, що для заданої розрахункової схеми складають рівняння рівноваги та визначають опорні реакції.

Потім застосовують *метод перерізів*. Змінюючи поточну координату x вдовж осі балки, аналізують закономірності, за якими змінюються *внутрішні силові фактори* – поперечна сила Q_y та згинальний момент M_z , та будують їх *епюри* – графіки Q_y та M_z .

З рівнянь рівноваги будь-якої частини балки, відокремленої уявним перерізом витікають наступні практичні правила підрахунку Q_y та M_z .

Внутрішня поперечна сила Q_y чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, що діють на відокремлену частину балки.

Внутрішній згинальний момент M_z чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів від навантажень, прикладених до відокремленої частини балки, відносно головної центральної осі Oz перерізу.

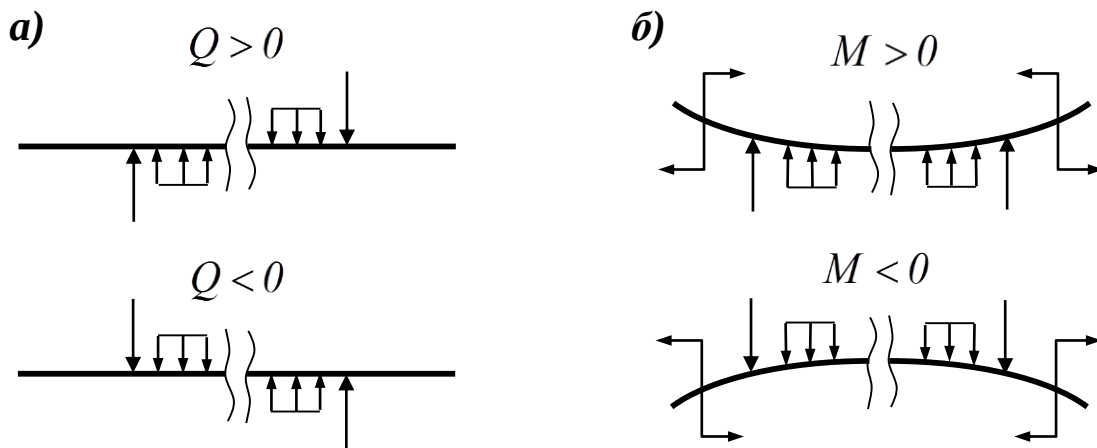


Рисунок 3.3 – Правила знаків для Q і M

Правило знаків для Q_y : при підсумовуванні сила враховується як додатна, якщо вона намагається повернути відокремлену частину балки відносно перерізу за стрілкою годинника (рисунок 3.3 а).

Правило знаків для M_z : момент враховується як додатний від тих навантажень, які згинають балку опуклістю вниз (рисунок 3.3 б).

Важливу роль у теорії згинання мають диференційні залежності між згинальним моментом поперечною силою і розподіленим навантаженням, які були встановлені професором Журавським.

$$\frac{dM_z}{dx} = Q_y \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2 M_z}{dx^2} = \frac{dQ_y}{dz} = q \quad (3.2)$$

Отримані диференціальні залежності використовуються для контролю правильності побудови епюр.

Переходимо до визначення нормальних напружень при чистому згинанні. Для їх визначення використовують такі залежності:

$$\sigma = \frac{y}{\rho} E, \quad (3.3)$$

де ρ – радіус кривизни нейтрального шару,

y – відстань від нейтрального шару.

$$\rho = \frac{M_z}{EI_z}, \quad (3.4)$$

де добуток EI_z – жорсткість при згинанні.

Таким чином, нормальні напруження при згинанні

$$\sigma = \frac{M_z y}{I_z}, \quad (3.5)$$

тобто вони змінюються пропорційно відстані від нейтрального слою.

Максимальні значення нормальні напруження будуть мати при максимальній відстані від нейтральної осі

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z y_{\max}}{I_z} = \frac{M_z}{I_z} y_{\max}. \quad (3.6)$$

Відношення $\frac{I_z}{y_{\max}} = W_z$ – осьовий момент опору.

Для круглого перерізу $y_{\max} = \frac{d}{2}$.

$$W_z = \frac{\pi d^4}{64d} = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (3.7)$$

Формула міцності при згинанні має вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{z \max}}{W_z} \leq [\sigma] \quad (3.8)$$

У поперечних перерізах балки при поперечному згинанні крім нормальних напружень виникають дотичні напруження. У випадку необхідності для їх визначення користуються формулою, отриманою професором Журавським.

Деформована під дією навантажень ось балки являє собою плавну криву, яка називається пружною лінією. Деформація при згині характеризується прогином y і кутом повороту φ поперечного перерізу.

З математики відомо, що радіус кривизни кривої $y = f(x)$ визначається з формули

$$\rho = \frac{[1 + (y')^2]^{3/2}}{y''}, \quad (3.9)$$

де $y' = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \varphi, \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}.$

Внаслідок малості деформацій величиною $(y')^2$ нехтуємо, тоді

$$\frac{1}{\rho} = y'' = \frac{M_z}{EI_z}; \quad y'' EI_z = M_z \quad (3.10)$$

Це диференціальне рівняння пружної лінії балки.

Щоб отримати рівняння кутів повороту перерізу необхідно це рівняння проінтегрувати один раз, а прогинів – двічі.

