**Граничні теореми Бернуллі**

При досить великій кількості випробувань безпосереднє обчислення ймовірностіза формулою Бернуллі ускладнюється. Для спрощення обчислень запропоновано ряд наближених формул. Теореми, в яких наводяться такі формули, називаються граничними теоремами схеми Бернуллі.

**Локальна теорема Лапласа.** Якщо ймовірністьпояви у кожному випробуванні стала , то ймовірність того, що подія з’явиться разів у незалежних випробуваннях, наближено дорівнює (тим точніше, тим більше )

(1)

Функція називається функцією Гаусса.

Значення функції знаходять за таблицями(див. додатки, табл. 4).

Деякі властивості функції :

1. Визначена на всій числовій осі ;

2. Парна, тобто ;

3. ;

4.

Графік функції Гаусса наведено на рис.308.

**Приклад 1.** Знайти ймовірність того, що з 500 висіяних насінин не зійде 140, якщо схожість насіння оцінюється ймовірністю 0,75.

Розв’язок

Маємо Зручно скористатися теоремою Лапласа. Отже

За таблицею значень функції знаходимо Тоді за формулою (1) дістанемо

Відповідь:

**Приклад 2.** Фабрика випускає 75% виробів 1-го сорту. Із партії готових виробів навмання беруть 400 деталей. Обчислити ймовірності таких випадкових подій:

1)виробів 1-го сорту виявиться 290 шт.;

2)300 шт.;

3)320 шт.

Розв’язок

За умовою задачі маємо:

Відповідь:1)P(A)=0,0237; 2)P(A)=0,046; 3)P(A)=0,0033.

**Приклад 3.** Імовірність того, що посіяне зерно ячменю проросте в лабораторних умовах, у середньому дорівнює 0,9. Було посіяно 700 зернин ячменю в лабораторних умовах. Визначити найімовірніше число зернин, що проростуть із цієї кількості зернин, та обчислити ймовірність цього числа.

Розв’язок

За умовою задачі:

Отже, шукане число

Відповідна ймовірність буде така:

Відповідь:P(A)=0,05.

**Інтегральна теорема Лапласа.** Якщо ймовірність появи події в кожному випробуванні стала, то ймовірність того, що подія станеться не менше ніж і не більше ніж разів, наближено дорівнює визначеному інтегралу

(2)

де

Функція називається функцією Лапласа.

Для неї складемо таблицю ( причому при вважають ) (див.додатки, табл. 3).

Деякі властивості функції Лапласа:

1) – непарна, тобто ;

2);

3)зростає для xЄ ;

4)

Графік функції Лапласа наведено на рис. 309.

**Приклад 1.** Ймовірність появи події в кожному зі 100 незалежних випробувань дорівнює Знайти ймовірність того, що подія з’явиться не менше ніж як 70 разів.

Розв’язок

Вимога, щоб подія з’явилася не менше, ніж 70 разів, означає, що подія маже з’явитися або 70 разів, або 71 раз, …, або 100 разів. Отже, в даному випадку покладено і скористаємося інтегральною теоремою Лапласа. Тоді

За таблицею значень знаходимо За формулою (2) дістанемо

Відповідь:

**Приклад 2.** Верстат-автомат виготовляє однотипні деталі. Імовірність того, що виготовлена деталь одна деталь виявиться стандартною, є величиною сталою і дорівнює 0,95. За зміну верстатом було виготовлено 800 деталей. Яка ймовірність того, що стандартних деталей серед них буде: 1) від 720 до 780 шт.; 2) від 740 до 790 шт.?

Розв’язок

За умовою задачі:

1)

2)

Відповідь: 1)

**Приклад 3.** В електромережу ввімкнено незалежно одну від одної 500 електролампочок, які освітлюють у вечірній час виробничий цех заводу. Імовірність того, що електролампочка в електромережі не перегорить, є величиною сталою і дорівнює 0,8. Яка ймовірність того, що з 500 електролампочок не перегорить :

1)не більш як 380 шт.;

2)не менш як 390 шт.

Розв’язок

За умовою задачі :

1)

2)

Відповідь: 1)

**Теорема Пуассона.** Якщо в схемі Бернуллі –стала, то

Застосовується теорема при у вигляді наближеної формули для великих значень (не менше кількох десятків) та малих

Для обчислення існують таблиці (див. додатки, табл. 5).

Набір чисел , , називають розподілом Пуассона.

**Приклад 1.** Молокозавод відправив у магазин 500 пакетів молока. Ймовірність пошкодження пакета при транспортуванні дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що при транспортуванні буде пошкоджено пакетів:1) три; 2) менше трьох; 3) більше трьох; 4) хоча б один.

Розв’язок

Число велике, ймовірність події (пошкодження пакетів) незалежні; тому можна скористатися формулою Пуассона(3).

1)Ймовірність того, що буде пошкоджено три пакети,

2)Ймовірність того, що буде пошкоджено менше трьох пакетів,

3) Події “пошкоджено більше трьох пакетів” та “пошкоджено не більше” є протилежними, тому

4) Подія “пошкоджено хоча б один пакет” є протилежною до події “жоден пакет не пошкоджено”. Тому шукана імовірність того, що буде пошкоджено хоча б один пакет, дорівнює

Відповідь:

**Приклад 2.** Радіоприлад містить 1000 мікроелементів, які працюють незалежно один від одного, причому кожний може вийти з ладу під час роботи приладу з імовірністю . Обчислити ймовірності таких випадкових подій:

1)під час роботи приладу з ладу вийдуть 3 мікроелементи;

2)від трьох до шести.

Розв’язок

За умовою задачі маємо: Оскількивелике, а мале число, то для цього обчислення ймовірностей застосуємо відповідні формули. Для цього обчислимо значення параметра

1)

2)

Відповідь:

**Приклад 3.** Імовірність того, що під час епідемії грипу мешканець міста захворіє на цю хвороба, становить у середньому 0,03%. Яка ймовірність того, що серед навмання вибраних 300 мешканців міста хворих на грип виявиться:

1)5 осіб;

2)не більш як 3 особи.

Розв’язок

За умовою задачі маємо:

Обчислюємо значення параметра

1)

2)

Відповідь: