

Практичне заняття № 6

Тема: Епюри внутрішніх силових факторів при згинанні

Мета: Навчитися будувати епюри поперечних сил і згинальних моментів для двоопорних балок.

Основні теоретичні відомості.

При побудові епюр поперечних сил і згинальних моментів користуються розглянутими на лекції правилами визначення Q_y і M_x : *поперечна сила Q у довільному поперечному перерізі балки чисельно рівна алгебраїчній сумі проекцій на вісь, перпендикулярну вісі балки усіх зовнішніх сил, прикладених з одного боку від цього перерізу, а згинальний момент M_x - алгебраїчній сумі моментів усіх зовнішніх сил, прикладених з одного боку від цього перерізу, відносно його центру тяжіння.*

В складних випадках, коли на балку діє кілька навантажень, побудову епюр доцільно вести за характерними точками. Ці точки відповідають перерізам, які співпадають з границями ділянок і перерізам, де згинальний момент набуває екстремальних значень. При такому способі побудови корисно керуватися наступними вивченими раніш правилами.

1. На *ненавантажених* ділянках балки епюра Q_y – *пряма паралельна вісі балки*, а епюра M_x – *похила пряма*.
2. На ділянках з *рівномірно розподіленим навантаженням* епюра Q_y - *похила пряма*, а епюра M_x – *квадратна парабола*, повернута випуклістю в бік дії навантаження.
3. Якщо на будь-якій ділянці: а) поперечна сила *додатна*, то згинальний момент *алгебраїчно зростає*; б) поперечна сила *від'ємна*, то згинальний момент *алгебраїчно зменшується*; в) поперечна сила *рівна нулю*, то згинальний момент *незмінний*.
4. Якщо на будь-якій ділянці епюра Q_y при безперервній зміні проходить через *нульове* значення (перетинає базисну лінію), то згинальний момент набуває в цьому перерізі *екстремального* значення.
5. В перерізі під *зосередженою силою* епюра Q_y має *стрибок*, рівний прикладеній силі, а епюра M_x – *лам*, напрямлений вістрям в бік дії сили.
6. В перерізі де прикладений *зосереджений момент* епюра M_x має *стрибок*, рівний прикладеному моменту, а епюра Q_y залишається *незмінною*.

Контрольні питання

1. Сформулюйте правило для визначення Q_y .
2. Сформулюйте правило для визначення M_x .
3. Який вигляд мають епюри Q_y і M_x на ділянках з розподіленим навантаженням?
4. Який вигляд мають епюри Q_y і M_x на ділянках без навантаження?
5. Що відбувається з епюрами Q_y і M_x в перерізах під зосередженою силою?
6. Що відбувається з епюрами Q_y і M_x в перерізах під зосередженим моментом?
7. В якому перерізі на ділянці з розподіленим навантаженням згинальний момент набуває екстремального значення?

Література

1. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів.- К.: Вища шк., 2004.-655с., §§ 18-20.

Варіанти завдань

Рис.2. Для варіантів 1,3,5,7.....31

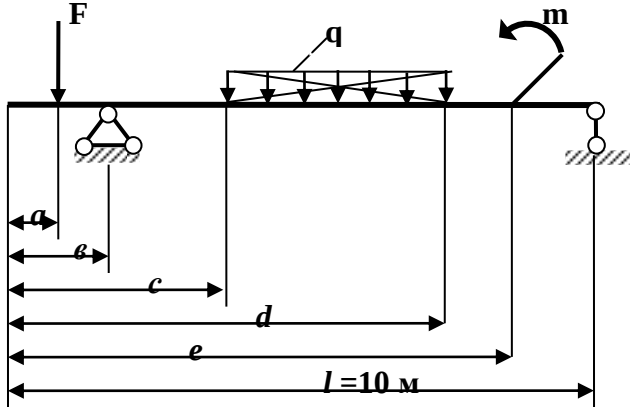
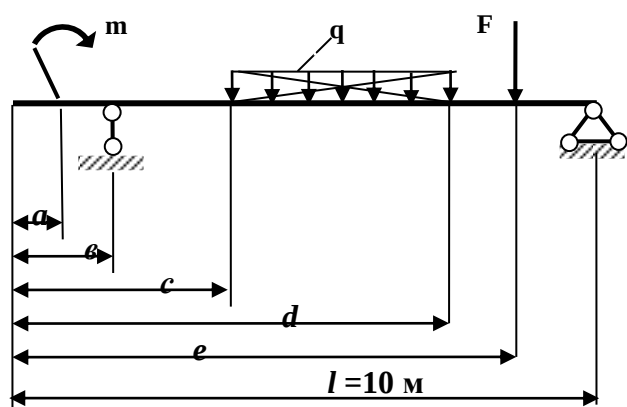


Рис.3. Для варіантів 2,4,6,8.....30



Таблиця 1. Вихідні дані

Вар.	Навантаження			Розміри, м				
	F, кН	q, кН/м	m, кНм	a	b	c	d	e
1	10	22	4	0	4	2	8	5
2	12	14	3	2	0	4	6	8
3	14	3	9	8	2	0	5	7
4	8	9	12	5	1	4	8	0
5	6	21	7	0	2	3	5	9
6	14	40	10	3	0	5	8	2
7	11	36	6	7	1	0	6	3
8	9	18	10	0	2	2	8	0
9	21	36	5	0	4	2	8	0
10	18	24	8	2	0	4	5	9
11	3	8	13	8	2	0	8	2
12	5	10	14	5	1	4	6	3
13	9	12	10	0	2	3	8	0
14	10	6	6	3	0	5	8	5
15	21	8	2	7	1	0	6	8
16	22	14	8	0	2	2	5	7
17	23	23	9	0	2	8	5	2
18	25	15	6	2	4	6	8	4
19	17	11	11	8	0	5	7	0
20	28	9	14	5	4	8	0	4
21	31	6	15	0	3	5	9	3
22	9	14	8	3	5	8	2	5
23	19	18	22	7	0	6	3	0
24	21	21	30	0	2	8	0	2
25	35	24	5	0	2	8	0	2
26	40	56	47	2	4	5	9	4
27	36	47	25	8	0	8	2	0
28	26	20	4	5	4	6	3	4
29	37	17	6	0	3	8	0	3
30	14	5	16	3	5	8	5	5
31	20	23	24	7	0	6	8	0

Завдання і порядок його розв'язання.

Завдання: За даною схемою навантаження балки побудувати епюри Q_y і M_x .

Розв'язання рекомендується вести в наступній послідовності:

1. Визначити реакції опор і виконати перевірку правильності їх визначення.
2. Побудувати епюру Q_y .
3. Побудувати епюру M_x .
4. Зробити перевірку правильності побудови епюр (за пунктами 1-6 розділу 1 даної інструкції).

Приклад. Побудувати епюри Q_y і M_x для балки, навантаженої як показано на рис. 1,а.

Розв'язок.

1. Визначення опорних реакцій.

Складаємо рівняння рівноваги і визначаємо з них опорні реакції.

$$\sum m_B = -F_1 \cdot 11 + V_A \cdot 9 - F_2 \cdot 7 - 4q \cdot 1 + m = 0; \quad (1)$$

$$\sum m_A = -F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 2 + 4q \cdot 8 - V_B \cdot 9 + m = 0 \quad (2)$$

З рівняння (1):

$$V_A = \frac{F_1 \cdot 11 + F_2 \cdot 7 + 4q \cdot 1 - m}{9} = \frac{50 \cdot 11 + 150 \cdot 7 + 4 \cdot 30 \cdot 1 - 40}{9} = 187 \text{ кН}$$

З рівняння (2):

$$V_B = \frac{-F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 2 + 4q \cdot 8 + m}{9} = \frac{-50 \cdot 2 + 150 \cdot 2 + 4 \cdot 30 \cdot 8 + 40}{9} = 133 \text{ кН}$$

Перевірка:

$$\sum F_{iy} = -F_1 + V_A - F_2 - 4q + V_B = -50 + 187 - 150 - 4 \cdot 30 + 133 = 0.$$

Реакції визначені правильно.

2. Побудова епюри Q_y .

Рухаючись від лівого вільного перерізу, визначаємо:

$$Q_C = Q_A^{\text{ЛІВ}} = -F_1 = -50 \text{ кН};$$

$$Q_A^{\text{ПР}} = Q_D^{\text{ЛІВ}} = Q_A^{\text{ЛІВ}} + V_A = -50 + 187 = 137 \text{ кН};$$

$$Q_D^{\text{ПР}} = Q_D^{\text{ЛІВ}} - F_2 = 137 - 150 = -13 \text{ кН};$$

Решту значень Q_y зручніше отримати, розглядаючи рівновагу правої частини:

$$Q_G = 0; \quad Q_B^{\text{ПР}} = 1q = 30 \text{ кН};$$

$$Q_D^{\text{ЛІВ}} = Q_B^{\text{ПР}} - V_B = 30 - 133 = -103 \text{ кН};$$

$$Q_E = Q_B^{\text{ЛІВ}} + 3q = -103 + 30 \cdot 3 = -13 \text{ кН};$$

Епюра Q_y представлена на рис. 1,б.

3. Побудова епюри M_x .

Через ліві сили маємо:

$$M_C = 0; \quad M_A = -F_1 a = -50 \cdot 2 = -100 \text{ кНм};$$

$$M_D = -F_1(a+b) + V_A b = -50(2+2) + 187 \cdot 2 = 174 \text{ кНм};$$

через праві сили:

$$M_G = -m = -40 \text{ кНм}; \quad M_B = -m - qe^2 / 2 = -40 - 30 \cdot 1^2 / 2 = -55 \text{ кНм};$$

$$M_E = -m - q(e+d)^2 / 2 + V_B d = -40 - 30(1+3)^2 / 2 + 133 \cdot 3 = 119 \text{ кНм};$$

Проміжні значення для побудови параболи:

$$M_{e/2} = -m - q(e/2)^2 / 2 = -40 - 30(1/2)^2 / 2 = -44 \text{ кНм};$$

$$M_{e/2} = -m - q[e + (d/2)]^2 / 2 + V_B d / 2 = -40 - 30[1 + (3/2)]^2 / 2 + 133 \cdot 3 / 2 = 66 \text{ кНм};$$

Епюра M_x представлена на рис. 1,с.

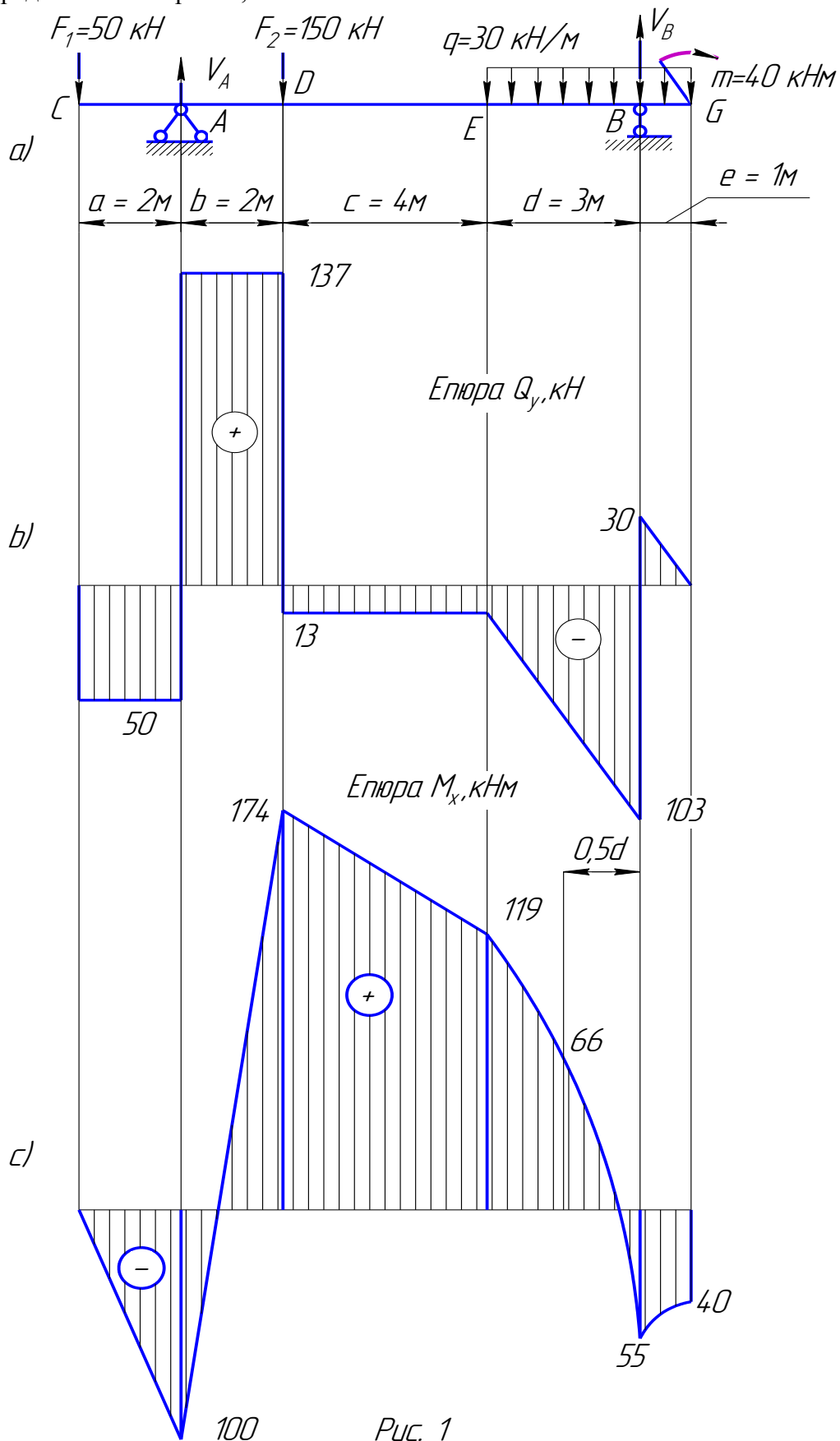


Рис. 1