

**Опір матеріалів** - це наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій, деталей машин та приладів.

Що ж таке міцність, жорсткість та стійкість?

Чому саме інженерні методи розрахунку? Що слід розуміти під терміном конструкція?

**Міцність** - це здатність тіл протидіяти зовнішнім силам, **не руйнуючись**.

**Жорсткість** - це здатність тіл протидіяти зовнішнім силам, якомога менше деформуючись.

**Стійкість** - це здатність тіл протидіяти зовнішнім силам, зберігаючи **первісну форму пружної рівноваги**.

Як бачимо, опір матеріалів вивчає поведінку тіл у полі зовнішніх сил. Але ж цим займається і теоретична механіка. Чим тоді відрізняються курси опору матеріалів та теоретичної механіки?

Якщо в теоретичній механіці всі тіла вважають абсолютно твердими і розглядають закономірності руху цих тіл, то в задачах опору матеріалів усі тіла вважають твердими, але здатними до деформацій і розглядають процеси, пов'язані з цими деформаціями, а рух цих тіл цікавить тільки з точки зору утворення додаткових сил (наприклад, сил інерції).

Під терміном „конструкція” будемо розуміти сукупність елементів (*тіл*), які функціонально пов'язані між собою та виконують певне технічне завдання. *Тіло*, в свою чергу, теж може виступати в ролі конструкції, якщо, наприклад, у постановці задачі потрібно враховувати неоднорідну побудову (композитні матеріали).

Опір матеріалів є наукою *інженерних* методів розрахунку саме тому, що постановка задач передбачає рівень абстрагування та спрощення таким, щоб інженер-практик міг розв'язати ці задачі, використовуючи доступний для нього математичний апарат.

Таким чином, опір матеріалів - це загальна наука про міцність і надійність конструкцій та їх елементів. Ці ж питання вивчають й інші суміжні дисципліни: будівельна механіка стержневих систем, яка в більшості розглядає закономірності, пов'язані зі створенням цілих систем стержнів, функціонально зв'язаних між собою; математична теорія пружності, теорія пластичності, теорія повзучості, реологія та ін. Але ці науки використовують більш розвинений апарат математики.

При вирішенні основної задачі опору матеріалів - вибору матеріалу й поперечних розмірів для елементів споруд і машин, крім уміння обчислювати напруження, необхідне знання механічних властивостей реальних матеріалів. Це зумовлює необхідність лабораторних експериментальних досліджень. Глибокі знання про міцність матеріалів, що використовуються, і не менш глибоке і чітке уявлення про розподіл напружень в елементах конструкцій - ось що повинен дати курс опору матеріалів інженеру, аби достатньо озброїти його для вирішення практичних задач.

### **ВНУТРІШНІ СИЛИ І НАПРУЖЕННЯ ПРИ РОЗТЯЗІ (СТИСКУ)**

Розтяг (стик) – деформація, при якій в поперечному перерізі бруса виникає тільки поздовжнє розтягуюче або стискаюче зусилля.

Розтягуючі зусилля прийнято вважати позитивними, стискаючі – негативними.

Розтяг (стик) викликається зовнішніми силами, що діють уздовж поздовжньої осі стержня.

У випадках, коли система зовнішніх сил утворює рівнодіючу, що збігається з поздовжньою віссю бруса, виникає деформація розтягу (стик).

Як вид навантаження розтяг (стиск) характеризується виникненням у поперечних перерізах бруса тільки нормальної сили; Інші внутрішні силові фактори (поперечні сили, крутний, згинальний моменти) дорівнюють нулю.

При розтягу (стиску) плоскі поперечні перерізи переміщуються уздовж поздовжньої осі бруса паралельно самим собі; поздовжня вісь бруса при ньому змінює свою довжину,

Звичайним є розтяг стержня силами, прикладеними до його кінців; розрахункова схема у цьому випадку має вид, поданий на рис. 2.1.

Якщо скористуватись методом перерізів, можна визначити нормальну силу  $N$  у

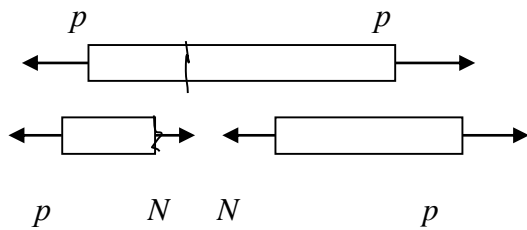


Рис.2.1



Рис. 2.2

будь-якому поперечному перерізі стержня; вона чисельно дорівнює силі  $P$  (рис. 2.1):

$$N = P \quad (2.1)$$

Коли стержень навантажений кількома зовнішніми силами  $P_i$ , нормальна сила  $N$  у перерізі визначається алгебраїчною сумою  $n$  цих сил, узятих по один бік від перерізу:

$$N = \sum_{i=1}^n P_i \quad (2.2)$$

Стиск відрізняється від розтягу тільки знаком сили  $N$ . При розтягу нормальна сила  $N$  направлена від перерізу і вважається додатною, а при стиску — до перерізу (від'ємна).

Розглянемо напруження, що виникають у поперечному перерізі розтягнутого стержня. Нормальна сила  $N$  є рівнодіючою внутрішніх сил у перерізі (рис. 2.2):

$$N = \int_F \sigma dF \quad (2.3)$$

Припустимо, що поперечні перерізи бруса, плоскі до навантаження, залишаються плоскими і після прикладення зовнішніх сил \* (гіпотеза плоских перерізів Бернуллі), і внутрішні сили розподілені по перерізу рівномірно. Тоді нормальне напруження для усіх точок перерізу те саме:

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (2.4)$$

де  $F$ — площа поперечного перерізу бруса.

При розтягу нормальні напруження вважаються додатними, при стиску — від'ємними.

## 1.2 ДЕФОРМАЦІЯ СТЕРЖНЯ І ЗАКОН ГУКА. КОЕФІЦІЄНТ ПУАССОНА

Розміри стержня при його розтягу (стиску) змінюються залежно від величини прикладених сил. Так, якщо до навантаження довжина стержня

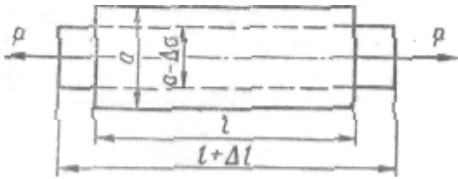


Рис. 2.3

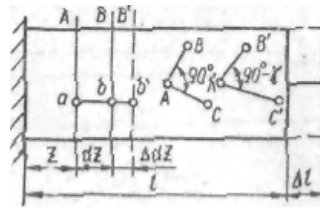


Рис. 2.4

складала  $l$ , то після прикладення навантаження вона стане  $l + \Delta l$ ; зміняться при цьому і розміри поперечного перерізу; розмір  $a$  стане дорівнювати  $a - \Delta a$  (рис. 2.3). Величини  $\Delta l$  і  $\Delta a$  називають відповідно абсолютними подовженням і звуженням стержня.

Для випадку однорідного напруженого стану, коли всі ділянки навантаженого стержня перебувають в однакових умовах, лінійна деформація  $\epsilon_{\text{позд}}$  вздовж поздовжньої осі залишається однією й тією ж:

$$\epsilon_{\text{позд}} = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.5)$$

Ця величина називається відносним подовженням стержня.

Аналогічно відносним звуженням стержня називають відношення:

$$\epsilon_{\text{нон}} = -\frac{\Delta a}{a} \quad (2.6)$$

Дослід показує, що подовження стержня у поздовжньому напрямку супроводжується пропорційним звуженням його у поперечному; відношення поперечної лінійної деформації  $\epsilon_{\text{нон}}$  до поздовжньої  $\epsilon_{\text{позд}}$ , узятя по абсолютній величині, є величина стала:

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_{\text{нон}}}{\epsilon_{\text{позд}}} \right| = \text{const} \quad (2.7)$$

Із (2.7) витікає, що:

$$\epsilon_{\text{нон}} = \mu \epsilon_{\text{позд}} \quad (2.8)$$

Безрозмірний коефіцієнт пропорційності  $\mu$ , називається коефіцієнтом Пуассона або коефіцієнтом поперечної деформації, Величина  $\mu$  характеризує пружні властивості матеріалу і визначається експериментально.

Для ізотропного матеріалу:

$$0 \leq \mu \leq 0,5$$

а для більшості металів:

$$0,25 \leq \mu \leq 0,37$$

При виникненні неоднорідного напруженого стану деформація  $\varepsilon_{\text{нозд}} = \varepsilon$  у поздовжньому напрямку визначається шляхом граничного переходу до нескінченно малої ділянки довжиною  $dz$  (рис. 2.4):

$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz} \quad (2.9)$$

Величина  $E$ , що є коефіцієнтом пропорційності у (2.10), називається модулем пружності першого роду або модулем поздовжньої пружності (інакше модулем Юнга); вона характеризує пружні властивості матеріалу. Величина  $E$  є фізичною сталою матеріалу і визначається, як і коефіцієнт Пуассона, експериментальне. Розмірність модуля поздовжньої пружності  $E$  та сама, що й напруження  $\sigma$ .

Якщо замінити у (2.10)  $\sigma$  на  $N(z)/F$  та  $\varepsilon$  на  $\Delta dz/dz$ , отримаємо:

$$\Delta dz = \frac{N(z)dz}{EF}$$

і абсолютне подовження стержня  $\Delta l$  (див. рис. 2.4):

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(z)dz}{EF} \quad (2.11)$$

Якщо стержень складається з декількох  $n$  ділянок різної довжини  $l_i$  та площі перерізу  $F_i$ , на кожний з яких має місце постійна нормальна сила  $N_i$ , то формула (2.11) перетворюється:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{EF_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i l_i}{E} = \sum_{i=1}^n \Delta l_i \quad (2.12)$$

де  $\Delta l_i$  — зміна довжини  $i$ -ї ділянки.

В окремому випадку, коли стержень навантажений тільки по кінцях, нормальна сила  $N_z = P$  не залежить від  $z$ ; якщо до того ж жорсткість  $EF$  поперечного перерізу стержня при розтягу стала, то:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} \quad (2.13)$$

При розтягу стержня виникають не тільки лінійні, але й кутові деформації  $\gamma = \angle BAC - \angle B'A'C'$  (див. рис. 2.4).

Аналогічно (2.10) встановлена пряма пропорційність між дотичними напруженнями  $\tau$  (складовими повного напруження у площині поперечного перерізу) і кутовими деформаціями (кутами зсуву)  $\gamma$ :

$$\tau = G\gamma \quad (2.14)$$

де  $G$ — модуль зсуву, або модуль пружності другого роду; його розмірність така сама, як і модуля поздовжньої пружності  $E$ .

Вираз (2.14.) називається законом Гука для зсуву.