

Практичне заняття №1

Тема: “Рівновага плоскої системи збіжних сил”

Мета: поглибити теоретичні знання при проведенні практичних розрахунків. Навчитися розв'язувати задачі на рівновагу плоскої системи збіжних сил.

Навчально-методичне забезпечення: інструкційна картка, схеми, завдання.

Матеріально-технічне обладнання: лінійка, олівець, інженерний калькулятор.

Література: Федуліна А.І. та ін. Теоретична механіка. – К.: Вища школа, 2005, ст.5-34.

Завдання

За даною схемою навантаження кронштейна АОВ визначити реакції стержнів АО та ОВ аналітичним і графічним методами. Вісі стержнів та лінії дії заданих сил розташовані у одній площині. Вихідні дані вибрати з таблиці 1.2 та 1.3 згідно з варіантом.

Зміст та послідовність виконання роботи

1. Вибрати згідно із своїм варіантом вихідні дані та схему до завдання (табл. 1.2, 1.3).
2. Зобразити задану схему навантаження кронштейна АОВ.
3. Розглянути рівновагу систему заданих сил. Побудувати розрахункову схему.
4. Скласти рівняння рівноваги для аналітичного визначення.
5. Визначити реакції в стержнях.
6. Виконати перевірку розв'язку аналітичного методу.
7. Виконати побудову багатокутника сил відповідно до графічного методу.
8. Обчислити похибку графічного методу.
9. Написати відповідь.
10. Зробити висновок.
11. Дати відповідь на контрольні запитання.

Студенту необхідно знати:

- рівняння рівноваги плоскої системи збіжних сил;
- правила проекції сили на координатну вісь.

Необхідно вміти:

- замінювати зв'язки їх реакціями;
- знаходити об'єкт, на який діють всі активні і реактивні сили (реакції);
- вибирати раціональний напрямок координатних осей;
- проектувати силу на осі координат.

Теоретичні відомості

Статика вивчає умови, за яких тіло знаходиться в рівновазі під дією заданої системи сил. Рівновагою вважається такий стан, при якому тіло перебуває у спокої або рухається прямолінійно і рівномірно.

Сила – це векторна величина, яка є мірою механічної взаємодії між матеріальними об'єктами. Вона характеризується модулем, напрямом і точкою прикладання. Точка прикладання сили і її напрям визначають лінію її дії. В системі СІ за 1 Н взяли таку сталу силу, яка за час 1 с змінює швидкість тіла масою 1 кг на 1 м/с , при умові, що вектор сили та вектор швидкості лежать на одній лінії, що проходить через центр мас тіла.

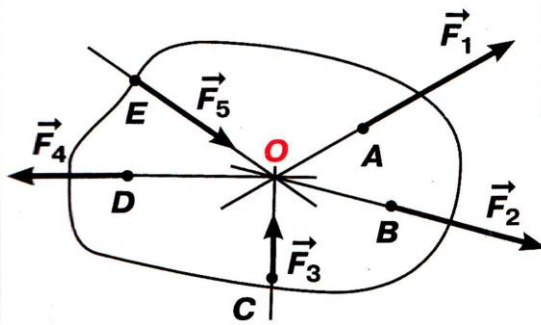
Силу можна задавати як векторно, так і аналітично через її проекції на осі координат.

Проекція сили на вісь – це взята з відповідним знаком величина, яка чисельно дорівнює відстані між проекціями на цю вісь початку і кінця вектора сили.

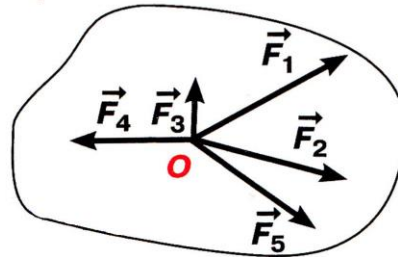
Сукупність кількох сил прикладених до тіла, точки або системи точок і тіл називається **системою сил**.

Розрахункова схема – це спрощене зображення реального об'єкту або системи з урахуванням силових та геометричних складових.

Система сил, лінії дії яких лежать в одній площині та перетинаються в одній точці, називається **плоскою системою збіжних сил**.



Якщо сили збіжної системи прикладені до різних точок тіла, то згідно з наслідком 1 аксіоми 3 кожену силу можна перенести в точку **O**.



Плоска система збіжних сил в загальному випадку еквівалентна одній силі - рівнодійчій. Рівнодійча плоскої системи збіжних сил $\sum F$ дорівнює геометричній сумі

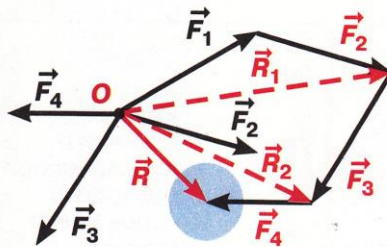
всіх сил системи $\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$, чисельно рівнодійча дорівнює: $\sum F = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$.

Рівновага тіла буде забезпечена у випадку, коли рівнодійча рівна нулю: $\vec{R} = 0$

Геометричною умовою рівноваги є замкнутість силового багатокутника, побудованого на силах системи.

Геометричне визначення. Метод послідовного додавання

Графіка С3

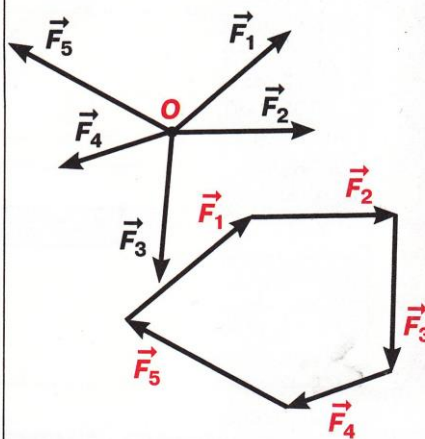


Рівнодійна системи сил, прикладених у певній точці, зображується замикальною стороною силового багатокутника, інші сторони якого дорівнюють заданим силам і паралельні їм.

Рівнодійна системи сил дорівнює їх векторній (геометричній) сумі:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил:

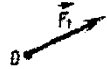
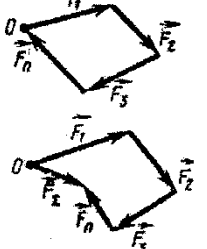


Рівнодійна дорівнює нулю.

Силовий багатокутник замкнений.

Послідовність дій при побудові силового многокутника для визначення рівноваги плоскої системи збіжних сил (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

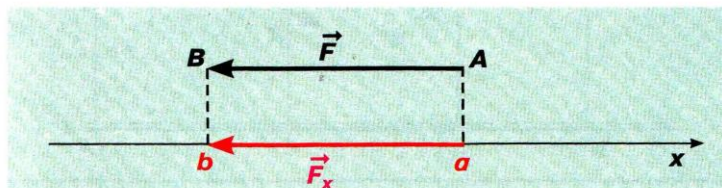
Найменування операцій	Виконана дія
1	2
1. З довільної точки O відкласти вектор сили $\vec{F}_1$	
2. З кінця першого вектора відкласти вектор другої сили $\vec{F}_2$	
3. З кінця другого вектора відкласти вектор третьої сили і т.д. Повторити операцію n-1 раз	
4. Направити замикаючий вектор від початку першого вектора (точки O) до кінця останнього $\vec{F}_n$	
5. Визначити модуль і напрямок рівнодійної: а) при $\sum \vec{F} = 0$ система сил урівноважена б) при $\sum \vec{F} \neq 0$ система сил не урівноважена	

Аналitiчною умовою рівноваги плоскої системи збіжних сил є рівність нулю алгебраїчної суми проекцій сил системи на дві довільні взаємно перпендикулярні осі:

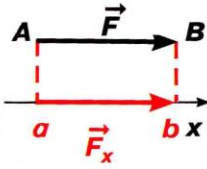
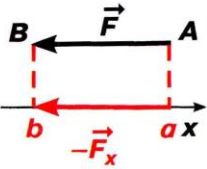
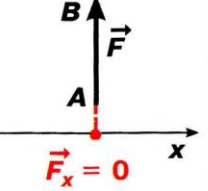
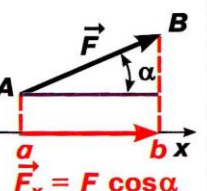
$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0.$$

**Аналitiчне визначення.
Метод проекцій сили на вісь**

Величина відрізка **ab**, взята зі знаком «+» або «-», називається проекцією сили $\vec{F}$ на вісь x і позначається $\vec{F}_x$.

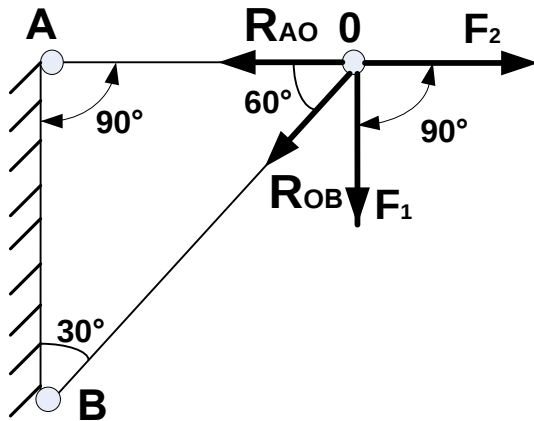


Правила проекції сили на координатну вісь:

 Проекцію вважають додатною, якщо напрями проекції та осі збігаються.	 Проекцію вважають від'ємною, якщо напрями проекції протилежний напрями осі.	 Проекція сили на вісь перетворюється на нуль тільки тоді, коли ця сила перпендикулярна до цієї осі.	 Проекція сили на будь-яку вісь дорівнює добутку значення цієї сили на косинус кута між напрями сили й осі.
---	--	---	---

Приклад розв'язання:

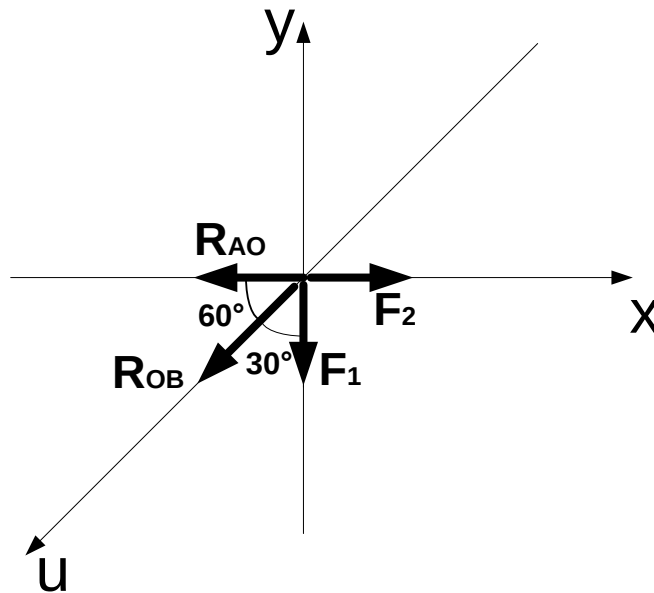
Згідно варіанту приклада маємо наступні вихідні дані: $F_1=20$ кН; $F_2=10$ кН.



Послідовність виконання

Аналітичний метод

- 1) Будуємо розрахункову схему на якій показуємо:
 - об'єкт рівноваги (точку O, де перетинаються лінії дії заданих сил та виникаючих від них реакцій);
 - активні (задані) сили (F_1 та F_2);
 - реакції R_{AO} та R_{OB} , стержнів AO та OB;
 - взаємно перпендикулярні вісі x та y, так щоб хоча б одна вісь була перпендикулярною до будь-якої реакції.



Перевіряємо якість побудованої розрахункової схеми.

- 2) Маємо зрівноважену плоску систему збіжних сил. Складаємо рівняння рівноваги і визначаємо з них невідомі реакції:

$$\sum F_{ix} = F_2 \cdot \cos 0^\circ + R_{AO} \cdot \cos 180^\circ + R_{OB} \cdot \cos 120^\circ = 0; (1)$$

$$\sum F_{iy} = F_1 \cdot \cos 180^\circ + R_{OB} \cdot \cos 150^\circ = 0; (2)$$

З рівняння (2):

$$R_{OB} \cdot \cos 150^\circ = -F_1 \cdot \cos 180^\circ$$

$$R_{OB} = \frac{-F_1 \cdot \cos 180^\circ}{\cos 150^\circ} = -\frac{20 \cdot (-1)}{-0,866} = -23,09(\text{кН})$$

З рівняння (1):

$$R_{AO} \cdot \cos 180^\circ = -F_1 \cdot \cos 0^\circ - R_{OB} \cdot \cos 120^\circ$$

$$R_{AO} = \frac{-F_2 \cdot \cos 0^\circ - R_{OB} \cdot \cos 120^\circ}{\cos 180^\circ} = -\frac{10 \cdot 1 - (-23,09) \cdot (-0,5)}{-1} = \frac{-21,55}{-1} = 21,55(\text{кН})$$

3) Виконуємо перевірку розв'язання.

Проводимо третю вісь проекції “u” (перевірочну), яка не повинна співпадати з вісями “x” та “y” (в нашому прикладі її напрям співпадає з лінією дії реакції R_{OB}).

При проекції всіх заданих сил та знайдених реакцій повинно бути: $\sum F_{IU} = 0$;

$$\sum F_{IU} = F_1 + \cos 30^\circ + F_2 \cdot \cos 120^\circ + R_{OB} \cdot \cos 0^\circ + R_{AO} \cdot \cos 60^\circ = -23,09 \cdot 1 + 20 \cdot 0,866 + 10 \cdot (-0,5) + 21,55 \cdot 0,5 = 28,095 - 28,09 = 0,005 \approx 0$$

Отже реакції визначені правильно.

Знак “мінус” означає, що в дійсності реакція R_{OB} має напрямок протилежний показаному на схемі, тобто стержень ОВ не розтягнений, а стиснений.

Якщо обидві знайдені реакції будуть мати позитивний знак, то пояснення робити не потрібно.

Графічний метод

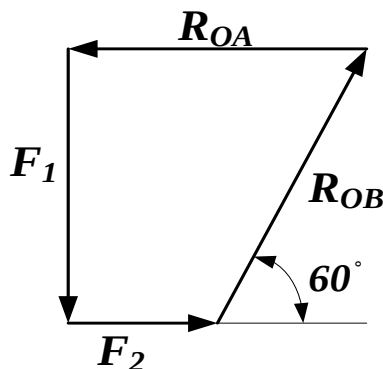
4) Обираємо відповідний масштаб для діючих на кронштейн сил $\mu_F = 5 \text{ кН/см}$ та визначаємо

$$l_i = \frac{F_i}{\mu_F}$$

довжини векторів відомих сил за формулою

$$l_1 = \frac{F_1}{\mu_F} = \frac{20}{5} = 4(\text{см}); \quad l_2 = \frac{F_2}{\mu_F} = \frac{10}{5} = 2(\text{см}).$$

5) Складаємо векторне рівняння рівноваги: $F_1 + F_2 + R_{OA} + R_{OB} = 0$ і будуємо за цим рівнянням замкнений багатокутник сил.



6) Вимірюємо на багатокутнику довжини векторів R_{OA} і R_{OB} :

$$l R_{OA} = 4,3 \text{ см}$$

$$l R_{OB} = 4,6 \text{ см}$$

7) Визначаємо величину реакцій:

$$R_{OA}^{GP} = l_{R_{OA}} \cdot \mu_F = 4,3 \cdot 5 = 21,5 \text{ кН}$$

$$R_{OB}^{GP} = l_{R_{OB}} \cdot \mu_F = 4,6 \cdot 5 = 23 \text{ кН}$$

8) Обчислюємо похибку графічного методу:

$$\delta_{R_{OA}} = \frac{|R_{OA}^{AH} - R_{OA}^{GP}|}{R_{OA}^{AH}} \times 100\% = \frac{|21,55 - 21,5|}{21,55} \times 100\% = \frac{0,05}{21,55} \times 100\% = 0,23\%$$

$$\delta_{R_{OB}} = \frac{|R_{OB}^{AH} - R_{OB}^{GP}|}{R_{OB}^{AH}} \times 100\% = \frac{|23,09 - 23|}{23,09} \times 100\% = \frac{0,09}{23,09} \times 100\% = 0,38\%$$

Похибка не перевищує 3% отже задача розв'язана з достатньою точністю.

Відповідь: $R_{OA}^{AH} = 21,55 \text{ кН}$; $R_{OB}^{AH} = 23,09 \text{ кН}$; $R_{OA}^{GP} = 21,05 \text{ кН}$; $R_{OB}^{GP} = 23 \text{ кН}$.

Контрольні запитання

- 1) **Що називається силою, чим вона характеризується та в яких одиницях вимірюється?**
- 2) **Що називається сукупність сил?**
- 3) **При яких умовах утворюється плоска система збіжних сил?**
- 4) **Що називається зв'язком? Що називається реакцією зв'язку?**
- 5) **Що називається проекція сили на вісь?**
- 6) **Які рівняння можна скласти для плоскої системи збіжних сил?**
- 7) **Аналітична умова рівноваги.**
- 8) **Геометрична умова рівноваги.**

Вихідні дані

Таблиця 1.2

№ варіанту	№ схеми	α°	β°	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$
1	1	30	45	2	5
2	2	45	60	3	6
3	3	60	30	4	7
4	4	30	60	5	8
5	5	45	30	6	9
6	6	60	45	7	10
7	7	30	45	8	11
8	8	45	30	9	12
9	1	60	60	10	13
10	2	30	60	11	14
11	3	45	45	12	15
12	4	60	30	13	16
13	5	30	45	14	17
14	6	45	60	15	18
15	7	60	30	16	19
16	8	30	60	17	20
17	1	45	30	18	21
18	2	60	45	19	22
19	3	30	30	20	23
20	4	45	45	21	24
21	5	60	60	22	25
22	6	30	45	23	26
23	7	45	60	24	27
24	8	60	30	25	28
25	1	30	60	26	29
26	2	45	30	27	30
27	3	60	45	28	31
28	4	30	60	30	32
29	5	45	45	32	34
30	6	60	30	35	40

де № - номер варіанту згідно списку в журналі.

Схеми навантаження кронштейнів

Таблиця 1.3

1	2
3	4
5	6
7	8