ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ

Пряма, яка перетинає площину, називається перпендикулярною до цієї площини, якщо вона перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині і проходить через точку перетину.

Ознака перпендикулярності прямої і площини

Теорема

Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які лежать у площині і перетинаються, то вона перпендикулярна до цієї площини.

Побудова перпендикулярних прямої і площини

1) Через дану точку прямої можна провести одну і тільки одну перпендикулярну до неї площину.
2) Через дану точку площини можна провести одну і тільки одну перпендикулярну їй пряму.

Властивості перпендикулярних прямої і площини

Теорема

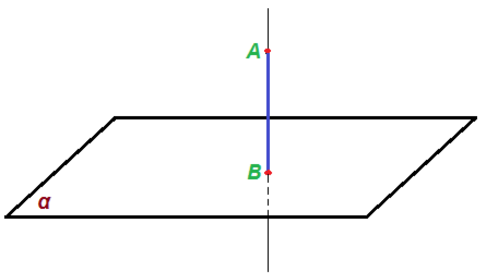
Якщо площина перпендикулярна до однієї з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і до другої.

Теорема

Дві прямі, перпендикулярні до однієї і тієї самої площини, паралельні.

Перпендикуляр і похила

Перпендикуляром, опущеним з даної точки на дану площину, називається відрізок, що сполучає дану точку з точкою площини і лежить на прямій, перпендикулярній до площини.



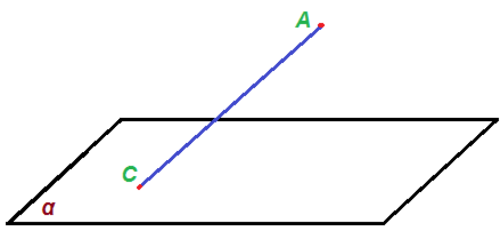
$A \notin \alpha, \quad B \in \alpha$

AB – перпендикуляр

B – основа перпендикуляра

Відстань AB – довжина перпендикуляра (це найкоротша відстань від точки A до площини α).

Похилою, проведеною з даної точки до даної площини називають будь-який відрізок, який сполучає дану точку з точкою площини і не є перпендикуляром до площини.

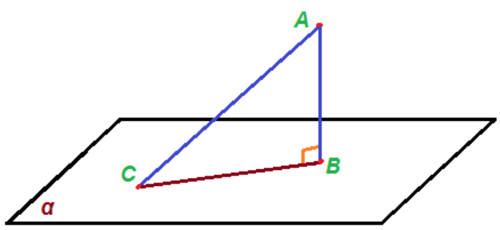


$A \notin \alpha, \quad C \in \alpha$

AC – похила

C – основа похилої AC

Відрізок, що сполучає основу перпендикуляра з основою похилої, проведених з однієї точки, називається проекцією похилої на площину.



AB – перпендикуляр

AC – похила

BC – проекція похилої AC на площину α.

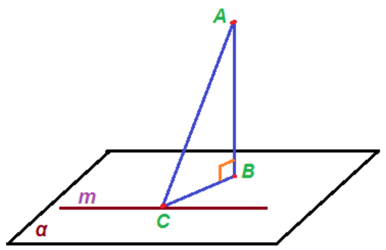
Кут між похилою і її проекцією на площину називають кутом між похилою і площиною.

$\angle ACB$ – кут між похилою AC і площиною α.

Теорема про три перпендикуляри

Теорема

Якщо пряма, проведена на площині через основу похилої, перпендикулярна до її проекції, то вона перпендикулярна і до похилої. *І навпаки*: якщо пряма на площині перпендикулярна до похилої, то вона перпендикулярна і до проекції похилої.



Якщо $m \perp BC$ **, то** $m \perp AC$.
І навпаки: **якщо** $m \perp AC$ **то** $m \perp BC$.

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН

Дві площини, які перетинаються, називаються перпендикулярними, якщо третя площина, що перпендикулярна до прямої перетину цих площин, перетинає їх по перпендикулярних прямих.

Ознака перпендикулярності площин

Теорема

Якщо площина проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то ці площини перпендикулярні.

ОРТОГОНАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ

*Паралельне проектування прямими, які перпендикулярні до площини проекції, називається **ортогональним проектуванням**.*

Ортогональне проектування найчастіше використовується у кресленні. Креслення деталей дістають ортогональним проектуванням на одну, дві або три взаємно перпендикулярні площини.

Ортогональне проектування має властивості паралельного проектування.

Теорема

Площа проекції многокутника на площину дорівнює площі многокутника, помноженій на косинус кута між їх площинами.

ВИМІРЮВАННЯ ВІДСТАНЕЙ У ПРОСТОРІ

Відстанню від точки до прямої у просторі називається довжина перпендикуляра, проведеного з даної точки до даної прямої.

Відстанню від точки до площини називається довжина перпендикуляра, проведеного з даної точки до даної площини.

Відстань між прямими у просторі визначають у таких випадках:

- якщо прямі паралельні;
- якщо прямі мимобіжні.

Відстанню між паралельними прямими є довжина перпендикуляра, проведеного з будь-якої точки однієї прямої до другої прямої.

Відстанню між мимобіжними прямими називається довжина їх спільного перпендикуляра.

Спільним перпендикуляром до двох мимобіжних прямих називається відрізок з кінцями на цих прямих, перпендикулярний до кожної з них.

Дві мимобіжні прямі мають спільний перпендикуляр і до того ж тільки один. Він є спільним перпендикуляром до паралельних площин, які проходять через ці мимобіжні прямі.

Відстань між прямою і площиною визначають у тому випадку, коли пряма і площина паралельні.

Відстанню між паралельними прямою і площиною називають довжину перпендикуляра, проведеного з будь-якої точки прямої до її ортогональної проекції на дану площину.

Відстань між площинами визначають у тому випадку, коли площини паралельні.

Відстанню між паралельними площинами називають довжину перпендикуляра, проведеного з будь-якої точки однієї площини до другої площини.

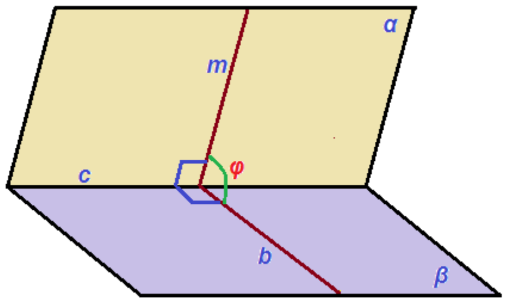
ДВОГРАННИЙ КУТ

Двогранним кутом називають частину простору, обмежену двома півплощинами, які виходять з однієї прямої. Цю пряму називають *ребром* двогранного кута, а півплощини називають *гранями* двогранного кута.

Дві площини, які виходять з однієї прямої, також називають двогранним кутом.

Перерізом двогранного кута січною площиною, перпендикулярною до його ребра, є кут. Цей кут називають *лінійним кутом* даного двогранного кута.

Кут φ – лінійний кут двогранного кута (див.рис.)



ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ У ПРОСТОРІ

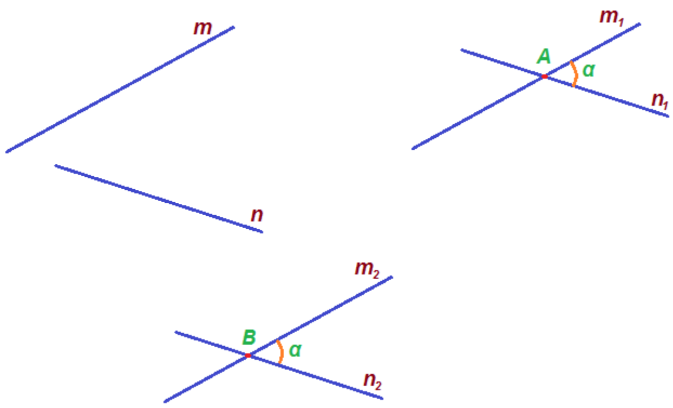
Кут між прямими

Кутом між прямими називається кутова міра меншого із двох суміжних кутів.

Кут між перпендикулярними прямими дорівнює 90^o.

Кутом між мимобіжними прямими називається кут між прямими, які перетинаються і паралельні даним мимобіжним прямим.

Кут між мимобіжними прямими не залежить від вибору прямих, що перетинаються.



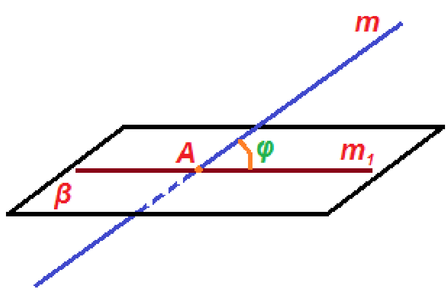
Кут α – це кут між мимобіжними прямими m і n.

$m \parallel m_1 \parallel m_2$ і $n \parallel n_1 \parallel n_2$

Кут між прямими m_1 і n_1 дорівнює куту між прямими m_2 і n_2.

Кут між прямою і площиною

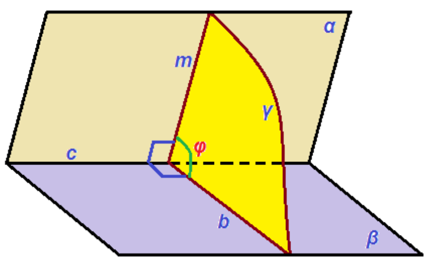
Кутом між прямою і площиною називається кут між прямою і її проекцією на дану площину.



Пряма m_1 – проекція прямої m на площину β.

Кут **φ** – кут між прямою m і площиною β.

Кут між площинами



Кут **φ** між прямими m і b називається кутом між площинами α і β.

$\alpha \cap \beta = c$ (площина α перетинається з площиною β по прямій c)

Площина γ – січна площина ($\gamma \perp c$, $\gamma \cap \alpha = m$, $\gamma \cap \beta = b$)

Кут **φ** – кут між площинами α і β.