***Тема уроку:*** Показникові рівняння.

!*Показниковими* називаються рівняння, у яких невідоме міститься в показнику степеня при постійних основах.

*Наприклад.* Рівняння 2*х* + 3 = 0; *3х+1 – 3х –* 1 = 0 є показни­ковими.

Найпростішим показниковим рівнянням є рівняння *ах* = *b,* де *а >* 0, *а ≠* 1, Оскільки множина значень функції *у = aх —* множина додатних чисел, то рівняння *aх = b:*

1) має один корінь, якщо *b >* 0 (рис. 152);

2) не має коренів, якщо *b <* 0 (рис. 153).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| https://studfile.net/html/2706/1245/html_y0pugmarCj.HotJ/img-Oyp8rJ.png | https://studfile.net/html/2706/1245/html_y0pugmarCj.HotJ/img-R4cI_G.png | https://studfile.net/html/2706/1245/html_y0pugmarCj.HotJ/img-ljsOIx.png | https://studfile.net/html/2706/1245/html_y0pugmarCj.HotJ/img-gOj6O4.png |
| Рис. 152 | Рис. 153 |

Для того щоб розв'язати рівняння *aх* = *b,* де *а > 0, а ≠* 1, *b > О,*треба *b* подати у вигляді *b* = *а*c, тоді будемо мати *аx* = *a*c*,*звідси *х = с.*

Розглянемо приклади.

***Приклад 1.*** Розв'яжіть рівняння 5*х* = 125.

Розв'язання

Оскільки 5*х* = 125, а 125 = 53, то маємо 5*х* = 53, звідси *х* = 3.

*Відповідь: 3.*

***Приклад 2.*** Розв'яжіть рівняння = 49 .

Розв'язання

Оскільки 49 = 72 = , то = , звідси *х* = – 2.

*Відповідь:* -2.

***Приклад 3.*** Розв'яжіть рівняння .

Розв'язання

Оскільки 1 = 150, то , *х*2 – 5*х* + 6 = 0, звідси *х*1 = 2, *х*2 = 3.

*Відповідь:* 2; 3.

***Приклад 4.*** Розв'яжіть рівняння 2 *х*- 2 = -2.

Розв'язання

Оскільки 2 *х*- 2 > 0 при всіх значеннях *х*, то рівняння коренів не має. *Відповідь:* немає коренів.

Розглянемо деякі **способи розв'язування показникових рів­нянь**.

1. **Спосіб приведення рівняння до спільної основи**, тобто до рів­няння виду

*.*

Як відомо, показникова функція *у = ах, а > 0* і *а* ≠ 1 моно­тонна, тому кожне своє значення вона приймає тільки при од­ному значенні аргументу. Із рівності  випливає, що *f(x) =* *g(x)*.

***Приклад 1.*** Розв'яжіть рівняння 2*х ·*5*х =* 0,1(10 *х*– 1)3.

Розв'язання

2*х ·*5*х* = 0,1(10 *х*– 1)3; 10*х =* 10-1 · 103*х*– 3; 10*х =*103*х*– 4; *х =*3*х -* 4; *х = 2.*

*Відповідь: 2.*

**2.** **Спосіб винесення спільного множника за дужки.**

***Приклад 1.*** Розв'яжіть рівняння 3*х -*2*·*3*х –*2 *=* 63.

Розв'язання

3*х -*2*·*3*х –*2 *=* 63; 3*х*– 2(32 – 2) = 63; 3*х*– 2· 7 = 63; 3*х*– 2= 9; *х* – 2 = 2; *х =* 4.

*Відповідь:* 4.

***Приклад****2.* Розв'яжіть рівняння 52*х*– 1 – 52*х* + 22*х* + 22*х*+ 2 *=*0.

Розв'язання

52*х*– 1 – 52*х* + 22*х* + 22*х*+ 2 *=*0; 22*x*(1*+* 22) = 52*х*(1 – 5–1); 22*х* · 5 = 52*х* · ;

; ; 2*х* = 2; *x* = l.

*Відповідь:* 1.

**3. Спосіб приведення рівняння до квадратного.**

***Приклад 1.*** Розв'яжіть рівняння 49*х* – 8 · 7*х* + 7 = 0.

Розв'язання

49*х* – 8 · 7*х* + 7 = 0; (72)*x –*8 · 7*х +* 7 = 0; (7*х*)2 – 8 · 7*х +*7*=* 0.

Нехай 7*х* = *t,* тоді *t2 –*8*t +*7*=*0; *t*1 = 7; *t*2*=*1*.*

Отже: 1) 7*х* = 7; *х =* 1; 2) 7*х=*1;7*х =* 70; *х* = 0.

*Відповідь:* 1; 0.

***Приклад****2.* Розв'яжіть рівняння (№ 1 (47)) 3 · 16*х* + 2 · 81*х* = 5 · 36*х.*

Розв'язання

3 · 42*x* + 2 · 92*x* = 5 · 4*х* · 9*х*; ; .

Заміна  = *у ,* тоді 3 *y*2 – 5*y* + 2 = 0, звідси *y*1 = ; *y*2 = 1.

Отже: 1) ; ; 2*х* = 1; *х* = ; 2) = 1; *х* = 0.

*Відповідь:* 0; .

**4. Графічний спосіб розв'язування показникових рівнянь.**

***Приклад.*** Розв'яжіть графічно рівняння = *х +*1.

Розв'язання

Будуємо графіки функцій *у* = , *у* = *х* + 1 в одній системі координат. Графіки функцій *у* = , *у* = *х* + 1 перетинаються в точці, абсциса якої *х =*0 (рис. 154).

*Відповідь: х = 0.*

8. Розв'яжіть рівняння графічно:

б) = *х +*3; в) 4*х*= 5 – *х;* г) 3 –*х* = - .

*Відповідь:* а) 1; б) -1; в) 1; г) -1.

**III. Набуття умінь у розв'язуванні простіших показникових рівнянь.**

Початковий рівень

1. Які з чисел 0; 1; 2 є коренями рівняння 5х + 2 = 125?

*Відповідь:*1.

2. Розв'яжіть рівняння: а) ; б) 52*х*– 1= 53;

*Відповідь:* a) 3; 6) 0; в) 2; г) 5.

3. Розв'яжіть рівняння: а) 2*х* = 32; б) 10*х* = 1000; в) 3*х* = ; г) 5*х* = ; д) 13*х* = 1.

*Відповідь:* а) 5; б) 3; в) -2; г) -2; д) 0.

Середній рівень

1. Розв'язати рівняння: а) 2 *х*– 1= 4; б) 0,5 2*х*– 1= 0,125; в) ;

*Відповідь:* а) 3; б) 2; в)3; г) -1.

2. Розв'яжіть рівняння: а) 2*х -*2 = 0; б) 3*х -* 1 = 0; в) 5*х - 1* – 1 = 0; г)  +1 = 0.

*Відповіді:* а)1; б) 0; в) 1; г) коренів немає.

3. Розв'яжіть рівняння: а) 3*х ·*3 = 81; б) 2 · 2*х* = 32; в) 5 · 3*х* = 15; г) 7 · 2*х* = 28.

*Відповідь:* а) 3; б) 4; в) 1; г) 2.

**Достатній рівень**

1. Розв'яжіть рівняння: б) ; в) ; г) .

*Відповідь:* а) -4; 3; б)-3; в) 3;-1; г) .

1. Розв'яжіть рівняння:

а) ; б) ; в)= 4 ; г) :2*х* = 0,01.

*Відповідь:* а) 3; б) 4; в) 4; г) 2.

3. Розв'яжіть рівняння: а) ; б) .

*Відповідь:* а) -3; 1; б) 1; 5.

**Високий рівень**

1. Розв'яжіть рівняння:

а) ; б) ; в) ; г) .

*Відповідь:* а) 0;1; б) -1; в) 2; г) -2.

2. Розв'яжіть рівняння: а) ; б) .

*Відповідь:* а) -1; 1; б) 0; 4.

3. Розв'яжіть рівняння: а) ; б) *.*

*Відповідь:* а) 0; б) 0.