Логарифмічні рівняння

Рівняння, що містять змінну під знаком логарифма (в основі логарифма), називаються логарифмічними.

Найпростішим логарифмічним рівнянням є рівняння

logax=b, де основа a>1,a≠1,

 а вираз, що стоїть під знаком логарифма, x>0.

Для будь-якого дійсного b це рівняння має єдиний розв'язок x=ab

*Приклад:*

*Розв'язати рівняння*

log2x=3

*Розв'язок.*

*Спочатку знаходимо область допустимих значень (ОДЗ):*x>0*,*

*оскільки під знаком логарифма повинен бути додатний вираз.*

*Для розв'язання даного рівняння, достатньо скористатися визначенням логарифма, тобто представити число*x*, як степінь основи*2*логарифма, причому показник степеня дорівнює*3*.*

log2x=3x=23x=8

*Знайдене значення належить ОДЗ, отже, є коренем рівняння.*

*Відповідь:*x=8

*Приклад:*

*Розв'язати рівняння*log3(x2+72)=4

*Розв'язок. ОДЗ:*x2+72>0⇒x∈R

*За визначенням логарифма отримуємо*

x2+72=34x2+72=81x2+72−81=0x2−9=0(x−3)(x+3)=0⇒x1=3,x2=−3

*Відповідь:*x1=3,x2=−3

*Приклад:*

*Розв'язати рівняння:*lg(x+1)+lg(x+4)=1.

*Розв'язок.*

*За властивістю логарифма перетворимо ліву частину             ОДЗ*lg(x+1)(x+4)=1{x+1>0x+4>0lg(x+1)(x+4)=lg10

(x+1)(x+4)=10{x>−1x>−4x2+5x+4=10x∈(−1;+∞)x2+5x+4−10=0x2+5x−6=0

*За теоремою Вієта*

{x1+x2=−5x1⋅x2=−6⇒x1=−6,x2=1

x=−6*не є коренем цього рівняння, тому не належить ОДЗ.*

*Відповідь:*x=1