**Корінь n-го степення. Степінь з раціональним показником**

**Коренем n-го степеня** (корінь n-го степеня - n-th root) з числа a називається таке число, n-й степінь якого дорівнює a.
Арифметичним коренем (арифметичний корінь - arithmetical root) n-го степеня з числа a називають невід'ємне число, n-й степінь якого дорівнює a.
Арифметичний корінь n-го степеня з числа a позначають

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наприклад | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/2.jpg | =2, тому що 23=8 і 2>0. |

При парному n існує два корені n-го степеня з будь-якого додатного числа a; корінь n-го степеня з числа 0 дорівнює 0; коренів парного степеня з від'ємних чисел не існує. При непарному n існує корінь n-го степеня з будь-якого числа a, і притому тільки один.
Для коренів непарного степеня справджується рівність

Наприклад

Для будь-якого x

Корінь другого степеня з числа називають квадратним коренем (квадратний корінь - square root), а показник 2 кореня в запису опускають (наприклад, корінь квадратний із 7 позначають просто  ). Корінь третього степеня називають кубічним коренем (кубічний корінь - cube root).
Основні властивості арифметичних коренів -го степеня.

|  |  |
| --- | --- |
| https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/6.jpg | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/7.jpg |

Степенем числа a>0 з раціональним показником , де m - ціле число, а n - натуральне (n>1), називається число .

Якщо a<0, раціональний степінь числа a не визначений.

Для будь-яких r, s і додатних a і b справедливі рівності:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. a0=1; | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/12.jpg |
| 2. a1=a; | 9. Якщо 0<a<="" td=""></a |
| 3. ay·a5=ay+5; |  ay<by, якщо r>0,</b |
| 4. ay:a5=ay-5; |  ay>by, якщо r<0; |
| 5. (ay)5=ay5; | 10. Якщо r>s, то |
| 6. (ab)y=ayby; |  ay>a5, якщо a>1, |
| https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/11.jpg |  ay<a5, якщо 0<a<1.< td=""></a<1.<></a |

Приклад 1

|  |  |
| --- | --- |
| Спростити вираз | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/13.jpg |

Розв'язання

Тоді


Приклад 2
Перевірити справедливість рівності

Розв'язання
Розглянемо рівність

Очевидно, що коли вона виконується, то виконується і задана рівність.

|  |  |
| --- | --- |
| Нехай | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/18.jpg |

Неважко переконатись, що a>0 і b>0. Якщо при цьому виконується рівність a2=b2, nj a=b.
Знаходимо

Оскільки a2=b2 то a=b, тобто задана рівність справедлива.

Вправи

1. Добути корінь з одночленів:


2. Винести множник з-під знака кореня:

|  |  |
| --- | --- |
| https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/21.jpg | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/22.jpg |

3. Внести множник під знак кореня:

|  |  |
| --- | --- |
| https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/23.jpg | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/24.jpg |

4. Скоротити показники коренів та підкореневих виразів:

|  |  |
| --- | --- |
| https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/25.jpg | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/26.jpg |

5. Привести корені до загального показника:

|  |  |
| --- | --- |
| https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/27.jpg | https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/icgn/9krayevskij_matem_dovuzpidgot_studinozem/711/28.jpg |

6. Звільнити підкореневий вираз від дробу:


7. Що більше:


8. Виконати дії:


9. Виконати множення:


10. Виконати дії:


11. Виконати ділення:


12. Виконати дії:


13. Піднести до степеня такі вирази:


14. Скоротити дроби:


15. Звільнити дроби від коренів у знаменнику:


16. Довести тотожності:


17. Виконати дії:


18. Спростити вирази:


19. Довести тотожності:


20. Написати без коренів такі вирази:


21. Замінити радикалами:


22. Обчислити:


23. Виконати дії:


24. Довести рівності:
